

Sujet de Thèse

- **Titre** : Fonctions de stabilité pour les schémas numériques de résolution d'équations hyperboliques
- **Unité de recherche** : IRMAR, UMR-6625
- **Thème** : analyse numérique, équations aux dérivées partielles
- **Mots clefs** : différences finies, théorie spectrale, stabilité
- **Directeur** : BOUTIN Benjamin, Univ Rennes,
`benjamin.boutin@univ-rennes.fr`

Objectif de la thèse

Les cas où l'on peut garantir analytiquement, à la main, la stabilité des schémas numériques (en temps fini, uniformément par rapport aux paramètres de discrétisation, en présence de conditions de bord discrètes) sont extrêmement rares. En dehors des cas académiques, bien souvent cela laisse le praticien du numérique sans garantie aucune *a priori* sur la validité des calculs.

Le point de vue intermédiaire initié dans la thèse de Pierre Le Barbenchon, que j'avais co-encadrée avec Nicolas Seguin (INRIA Montpellier), consiste à proposer un moyen de valider numériquement *off-line* la stabilité des schémas numériques eux-mêmes. Les calculs *a priori* en question sont presque parfaitement sous contrôle et devraient à terme se prêter à des démonstrations assistées par ordinateur. Cette thèse avait résulté en le développement d'un paquet Python, nommé¹ `BoundaryScheme`.

Le but principal de la thèse que je propose est de contribuer au développement de ce paquet pour le rapprocher des systèmes réalistes et élargir la classe des schémas analysables. Bien que cela comporte une part d'implémentation, il faut souligner qu'à ce stade les principaux obstacles à lever sont avant tout d'ordre analytique et théorique. Il s'agit avant tout de mieux comprendre comment traduire la vérification concrète des hypothèses abstraites de la théorie générale décrite dans le livre classique de Gustafsson, Kreiss et Olinger en un problème de comptage de zéros d'une fonction de stabilité analytiquement bien définie et implémentable.

Parmi les extensions souhaitables citons le traitement des systèmes plutôt que des équations scalaires, la prise en compte des raideurs ou l'inclusion des

¹Python package for numerical schemes with boundaries.
<https://github.com/PLeBarbenchon/boundaryscheme/>

cas caractéristiques. La thèse pourra pour cela d'une part systématiser les analyses particulières de la thèse de Thi Hoai Thuong Nguyen, également encadrée par Nicolas Seguin et moi-même, d'autre part adapter certaines des solutions codées dans le paquet² `StabLab` développé par Kevin Zumbrun et ses collaborateurs pour analyser la stabilité en temps long des ondes progressives, un problème proche mais distinct.

²A MatLab-based numerical library for Evans function computation.
<https://github.com/nonlinear-waves/stablab>.